PART3　重複順列

3　6 個の異なる球がある。

(1)　6 個の球を A，B の 2 つの箱に，空箱ができないように分ける方法は何通りあるか。

(2)　6 個の球を 2 組に分ける方法は何通りあるか。

(3)　6 個の球を A，B，C の 3 つの箱に，空箱ができないように分ける方法は何通りあるか。

Point Pickup

1 個目，2 個目，……，r 個目のすべてにおいて，それぞれ n 通りの選び方があるとき，その選び方の総数は

$$\underbrace{n\times n\times\cdots\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$$

通りある。これは，異なる n 個のものから，重複を許して r 個を取り出して並べる順列の総数であり，n 個から r 個取る「重複順列」という。

第 2 講　PART3　確認問題

1 次の問いに答えよ。

(1) 7 人を A，B の 2 組に分ける方法は何通りあるか。ただし，どの組にも 1 人以上入るものとする。

アイウ 通り

(2) 7 人を 2 組に分ける方法は何通りあるか。

エオ 通り

(3) 7 人を A，B，C の 3 組に分ける方法は何通りあるか。ただし，どの組にも 1 人以上入るものとする。

カキクケ 通り

PART3　重複順列

3　6個の異なる球がある。

(1)　6個の球をA，Bの2つの箱に，空箱ができないように分ける方法は何通りあるか。

(2)　6個の球を2組に分ける方法は何通りあるか。

(3)　6個の球をA，B，Cの3つの箱に，空箱ができないように分ける方法は何通りあるか。

(1)　6個の球をそれぞれA，Bのどちらかに入れる方法が　$2^6=64$（通り）

このうち，空箱ができるのは，すべての球をA，Bの一方だけに入れる場合で2通り

よって，求める分け方は　$64-2=62$（通り）

(2)　(1)においてA，Bの区別をなくして　$62\div 2!=31$（通り）

(3)　6個の球をそれぞれA，B，Cのいずれかに入れる方法が　3^6 通り

このうち，空箱ができるのは，以下の場合

・空箱が2箱のとき，すなわちすべての球をA，B，Cのいずれか1つだけに入れる場合

3通り

・空箱が1箱のとき，すなわちすべての球を2箱のみに入れる場合

空箱の選び方が3通り

残り2箱に，空箱ができないように入れる方法が，(1)より62通り

よって，3×62 通り

よって，求める分け方は　$3^6-3-3\times 62=729-3-186=540$（通り）

第 2 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイウ：126，エオ：63，カキクケ：1806

[解説]

(1)　7 人をそれぞれ A，B のどちらかに分ける方法は

$2^7=128$（通り）[A]

このうち，0 人の組ができるのは，7 人全員を A，B の一方だけに入れる場合で

2 通り

よって，求める分け方は　$128-2=$ **126**（通り）

(2)　(1)において A，B の区別をなくして

$126\div 2!=$ **63**（通り）[B]

(3)　7 人をそれぞれ A，B，C のいずれかに分ける方法は　$3^7=2187$（通り）

このうち，0 人の組ができるのは次の 2 つの場合がある。

(i)　0 人の組が 2 つのとき，すなわち 7 人全員を A，B，C いずれか 1 つだけに入れる場合

3 通り

(ii)　0 人の組が 1 つのとき，すなわち 7 人全員を 2 組のみに入れる場合

0 人の組の選び方　3 通り

残りの 2 組がどの組も 1 人以上になるような分け方は，(1)より　126 通り

よって　$3\times 126=378$（通り）

(i)，(ii)より，求める分け方は

$2187-(3+378)=$ **1806**（通り）

[A]　1 個目，2 個目，……，r 個目のすべてにおいて，それぞれ n 通りの選び方があるとき，その選び方の総数は n^r 通りある。

$$\underbrace{n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$$

これは，異なる n 個のものから，重複を許して r 個を取り出して並べる順列の総数であり，n 個から r 個取る「重複順列」という。

[B]　区別をなくして n 組の分け方の総数を求めるときは，区別がある場合の総数を，$n!$ で割る。